



## 저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

# 초방사 이색성 시스템의 비동기 상태에 대한 모델링 및 수치 해석

Modeling and numerical analysis of an  
unsynchronized superradiant dichroic system

2018 년 8 월

서울대학교 대학원

전기 정보 공학부

안 해 찬

# 초방사 이색성 시스템의 비동기 상태에 대한 모델링 및 수치 해석

지도 교수 정 윤 찬

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함  
2018 년 8 월

서울대학교 대학원  
전기 정보 공학부  
안 해 찬

안해찬의 공학석사 학위논문을 인준함  
2018 년 8 월

위 원 장 \_\_\_\_\_ (인)

부위원장 \_\_\_\_\_ (인)

위 원 \_\_\_\_\_ (인)

# 초 록

본 연구는 두 개의 서로 다른 전이 주파수를 가진 이색성 2준위 시스템에서 일어나는 초방사 현상에 대한 수치 해석을 수행하였다. 초방사 이색성 시스템의 비동기 상태가 가지는 주기적인 동작을 고려하여 수치 모델을 제안하고 이를 기반으로 비동기 상태에 대한 분석이 진행하였다. 이색성 시스템이 생성한 초방사 방출에서 집단적 커플링에 의해 일어나는 주파수 혼합인 초방사 광파 혼합을 발견하였다. 집단적 감쇠율 및 펄폭을 변화시켜가며 초방사 광파 혼합의 특성을 조사하였다. 이 연구는 디튜닝이 존재하는 시스템 내 양자 상관 관계에 대한 이해를 넓혀 주며, 또한 Kerr 비선형성에 의존하지 않는 새로운 방식의 주파수 생성 방법을 제안한다.

**주요어** : 초방사, 집단적 자발 방출, 동기화, 비동기 시스템, 이색성 시스템, 광파 혼합

**학 번** : 2016-20933

# 목 차

제 1 장 서	론 .....	1
제 1 절	연구의 목적 및 구성 .....	1
제 2 절	배경 이론 .....	4
1.	광학 블로흐 방정식 .....	4
2.	맥스웰 블로흐 방정식 .....	7
3.	초방사 현상 .....	9
제 2 장 본	론 .....	13
제 1 절	이색성 2준위 시스템 .....	13
1.	원자 앙상블 기반 이색성 2준위 시스템 .....	13
2.	비동기화 조건 .....	17
3.	이색성 2준위 시스템 모델링 .....	20
제 2 절	초방사 이색성 시스템의 비동기 상태 .....	21
1.	블로흐 벡터를 이용한 초방사 이색성 시스템 해석 .....	21
2.	초방사 이색성 시스템의 비동기 상태 해석 .....	25
3.	광자 메아리와의 비교 .....	27
제 3 절	초방사 광파 혼합 .....	29
1.	집단적 감쇠 및 펄핑에 따른 특성 변화 .....	29
2.	스펙트럼 대역폭 분석 .....	32
3.	4광파 혼합과의 비교 .....	34
제 3 장 결	론 .....	36
참고문헌	.....	37
Abstract	.....	39

## 그림 목차

그림 1.2.1. (a) 2준위 시스템이 가지는 양자 상태를 3차원 벡터 상에 나타낸 블로흐 벡터. (b) 외부 전자기장과 상호작용할 때 나타나는 블로흐 벡터의 움직임.....	5
그림 1.2.2. 자기 유도 투과 현상에 대한 수치 해석 결과.....	8
그림 1.2.3. 원자 앙상블에서 방출되는 자발 방출과 초방사 방출의 비교.....	9
그림 1.2.4. 각 원자들을 블로흐 벡터로 표현 했을 때, 자발 방출의 경우에 나타나는 시간에 따른 블로흐 벡터 변화. ....	11
그림 1.2.5. 각 원자들을 블로흐 벡터로 표현 했을 때, 초방사 방출의 경우에 나타나는 시간에 따른 블로흐 벡터 변화.....	12
그림 2.1.1. 두 앙상블의 원자 내부에서 일어나는 에너지 전이...13	13
그림 2.1.2. 이색성 원자 시스템의 도식 .....	14
그림 2.1.3. 유효 범위 계산을 위한 밀도 반전 차 다이어그램...19	19
그림 2.2.1. 두 앙상블이 서로 독립적인 경우에 나타나는 두 앙상블의 평균 블로흐 벡터의 시간에 따른 변화.....	22
그림 2.2.2. 두 앙상블이 강한 상호작용을 가져 주파수 동기화가 일어났을 때 나타나는 두 앙상블의 평균 블로흐 벡터의 시간에 따른 변화.....	23
그림 2.2.3. 두 앙상블이 강한 상호작용을 가지지만 주파수 동기화는 일어나지 않았을 때 나타나는 두 앙상블의 평균 블로흐 벡터의 시간에 따른 변화.....	24
그림 2.2.4. 비동기 상태인 이색성 시스템의 편극 차이와 밀도 반전, 그리고 정규화 된 초방사 방출의 세기 .....	25
그림 2.3.1. (a) 시간 영역에서의, (b) 주파수 영역에서의 다양한 집단적 감쇠율에 대한 정규화 된 초방사 방출의 세기. ....	29
그림 2.3.2. (a) 시간 영역에서의, (b) 주파수 영역에서의 다양한 펄스폭에 대한 정규화 된 초방사 방출의 세기.....	30
그림 2.3.3. (a) 정규화 된 초방사 방출의 스펙트럼 프로파일. (b) 스펙트럼 대역폭 $\Delta f$ 의 위상 다이어그램. ....	32

# 제 1 장 서 론

## 제 1 절 연구의 목적 및 구성

1945년, R. H. Dicke는 파장보다 작은 공간 안에 모인 방사체들이 집단적인 자발 방출 현상을 발생시킬 것이라 예측하였고 이를 초방사(superradiance) 현상이라 명명하였다[1]. 2준위 방사체(two-level emitter)들로 구성된 앙상블(ensemble) 안에서 초방사 현상이 일어나면 방사체들은 서로가 만들어내는 전자기장을 매개로 강하게 커플링(coupling) 되어 하나의 방사체가 된 것처럼 집단적인 행동을 한다. 초방사 현상이 일어나고 있는 앙상블에서는 모든 방사체들이 같은 위상을 가지므로 집단적인 자발 방출 및 주파수 동기화(frequency synchronization)와 같은 집단적인 현상이 발생한다. 집단적인 자발 방출 현상은 모든 방사체들이 같은 위상을 가지는 자발 방출을 동시에 생성하는 현상을 말하며, 이때 발생하는 전자기파는 외부 공진기(cavity) 없이도 높은 결맞음(coherence)을 가진다는 특성이 있다. 많은 연구자들은 공진기를 기반으로 하는 레이저의 결맞음 한계를 뛰어넘고자 초방사 현상을 연구하였고[2-4], BEC[5, 6], 극저온 원자 앙상블(cold atomic ensemble)[3, 4, 7, 8], FEL[9-11], 양자점(quantum dot)[12, 13] 등 다양한 시스템을 기반으로 초방사 현상을 구현하고 연구를 진행하였다.

초방사 현상의 특성 중 다른 하나인 주파수 동기화 현상 또한 다양한 분야에서 집중적으로 연구되어왔다[14-18]. 이에 관한 연구로, Josephson junction의 자발적인 동기화를 초방사 현상에 따른 집단적인 행동과 연관 지어 설명하거나[19, 20], 양자 시스템의 자발적인 동기화와 초방사 현상 사이의 관계를 분석하는[16] 등의 연구가 진행되었다. 초방사 현상이 일어나는 동안 방사체 간의 강력한 커플링은 각 방사체가 가지는 주파수와 위상을 변조하여 주파수 동기화 및 위상 고정(phase locking)을 일으킨다. 이전의 다른 연구들을 보면 2준위 방사체들의 전이 주파수(transition frequency)가 가지는 변화를 관찰하여 초방사 현상이 일으키는 주파수 및 위상 동기화 특성을 분석하기도 하였다[3, 15, 18]. 특히 이색성 2준위 시스템(dichroic two-level system)을 이용하면 2준위 방사체 간의 전이 주파수 차이를 조절 하여 주파수 동기화의 특성을 조사할 수 있다[15, 18]. 그 결과를

보면, 초방사 현상 중에 전이 주파수 차이가 특정 수준 미만인 경우 주파수 동기화가 일어나고, 전이 주파수 차이가 특정 수준을 초과하면 주파수 동기화가 일어나지 않는다. 주파수 동기화가 일어나지 않는 경우에도 초방사 현상에 의해 발생하는 강한 커플링은 여전히 방사체 사이에서 존재하며 비동기 시스템의 주파수를 변조한다. 이때 발생하는 주파수 변화의 정도는 전이 주파수 차이가 커질수록 감소하고 전이 주파수 차이가 충분히 커지면 주파수 변화는 거의 일어나지 않는다.

동기화 된 상태와 달리 주파수 동기화가 일어나지 않는 비동기 상태의 경우, 주파수 차이에 의해 비팅(beat)이 발생하며 이는 이색성 2준위 시스템의 전체 편극(polarization)이 진동하도록 유도한다. 편극은 전자기파와 물질 사이의 상호작용을 발생시키는 매개체의 역할을 하기 때문에 편극의 진동은 곧 밀도 반전(population inversion)과 전자기파에도 반영되어 주기적인 진동을 유발한다. 이전의 연구들은 일반적으로 주파수 동기화 상태를 분석하는데 초점을 두었기에 전자기파 방출량이 일정한 정상 상태(constant steady state)를 가정하여 분석을 진행하였다[3, 8, 17, 18]. 그러나 주파수 비동기 상태에서 발생하는 진동을 일정한 정상 상태라고 근사하기에는 무리가 있고, 초방사 동기화 실험에서 다른 주파수 성분의 전자기파가 발생하는 현상을 일정한 정상 상태만으로는 설명하지 못한다[15]. 주파수가 동기화되지 않은 초방사 시스템의 작용을 제대로 분석하기 위해서는 일정한 정상 상태에 대한 가정을 제외하고 보다 일반적인 수치 모델을 적용해야 한다. 본 논문에서는 이색성 2준위 시스템의 비동기 상태를 분석하기 위한 수치 모델을 제시하고, 이를 기반으로 비동기 상태의 동작을 해석한다. 그리고 그 해석을 바탕으로 초방사 시스템의 비동기 상태와 이때 발생하는 초방사 광과 혼합의 특성에 대해 조사한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 1장 서론 제 1절에서 연구의 목적과 개요를 간략하게 설명한다. 제 1장 서론 2절에서는 연구에 필요한 배경이론으로 블로흐 방정식, 맥스웰 블로흐 방정식, 그리고 초방사 현상에 대해 설명한다. 제 2장 본론 제 1절에서는 연구에서 사용할 이색성 2준위 시스템에 대해서 설명하고, 이 시스템이 비동기화 상태가 되기 위한 조건을 구한 뒤, 수치 해석을 위해 모델링한다. 여기서 구한 수치 모델을 기반으로 제 2장 본론 제 2절에서 비동기 상태에 대한 수치 해석을 진행하고 이를 광자 메아리와 비교하여 해석한다. 제 2장 본론 제 3절에서는 비동기 상태에서 나타나는 초방사 광과 혼합의 특성을 집단적 감쇠 및 펌핑 등을 변화 시켜가며



분석해본다. 분석 결과를 바탕으로 도출한 초방사 광과 혼합의 특성은 기존의 4광과 혼합과의 차이점을 통해 설명한다. 그리고 마지막으로 제 3장 결론에서 전체 연구 내용을 정리하고 마무리 짓는다.

## 제 2 절 배경 이론

### 1. 광학 블로흐 방정식 (Optical Bloch equations)

광학 블로흐 방정식은 전자기파와 상호작용하는 2준위 양자 시스템을 설명하기 위해 만들어진 방정식으로 다음과 같은 슈뢰딩거 방정식 (Schrodinger equation)에서부터 유도할 수 있다.

$$i\hbar\partial_t\Psi = \hat{H}\Psi = (\hat{H}_0 + \hat{H}_{int})\Psi \quad (\text{식 1.2.1.})$$

슈뢰딩거 방정식은 에너지를 도출해내는 해밀토니안 오퍼레이터  $\hat{H}$  를 파동함수에 적용한 방정식으로 시간에 대한 편미분 방정식의 형태로 나타난다. 양자 시스템에 전자기파가 가해지게 되면 전자기장에 의해 양자 시스템이 가진 에너지가 변하게 되는데, 섭동 이론에 따르면 기존 해밀토니안 오퍼레이터  $\hat{H}_0$  에 전자기파와 양자 시스템의 상호작용 에너지에 해당하는 해밀토니안 오퍼레이터  $\hat{H}_{int}$  을 더하는 것으로 전체 상호작용을 표현할 수 있다[21]. 전자기파와 양자 시스템의 상호작용은 전기장과 이중극자  $\vec{p}$ 의 상호작용인  $\hat{H}_{int} = \vec{p} \cdot \vec{E}$ 으로 근사가 가능하다.

슈뢰딩거 방정식을  $\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi|$  로 표현되는 밀도 행렬(density matrix)과 그에 해당하는 연산자로 표현하면 다음과 같은 Liouville 방정식이 유도된다.

$$i\hbar\partial_t\rho = [H, \rho] = H\rho - \rho H \quad (\text{식 1.2.2.})$$

2준위 시스템에 대한 밀도 행렬  $\rho$  와 그에 해당하는 해밀토니안 연산자  $H$ 는 다음과 같다.

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{gg} & \rho_{ge} \\ \rho_{eg} & \rho_{ee} \end{pmatrix} \quad (\text{식 1.2.3.})$$

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\hbar\omega_0 & \vec{p} \cdot \vec{E} \\ \vec{p} \cdot \vec{E} & \frac{1}{2}\hbar\omega_0 \end{pmatrix} \quad (\text{식 1.2.4.})$$

$g$  와  $e$  는 각각 바닥 상태(ground state)와 들뜬 상태(excited state)를 말하며,  $\omega_0$  는 2준위 시스템의 전이 주파수를 의미한다.

$\rho_x = \rho_{ge} + \rho_{eg}$ ,  $\rho_y = i(\rho_{ge} - \rho_{eg})$ ,  $\rho_z = \rho_{ee} - \rho_{gg}$  로 놓고 위 식들을 정리하면 블로흐 방정식에 도달할 수 있다.  $\rho_x - i\rho_y$ 는 2준위 시스템의 복소 이중극자에 비례하는 값이고,  $\rho_z$ 는 2준위 시스템의 에너지 상태를 말하는 밀도 반전(population inversion)을 의미한다. 감쇠까지 고려하여 블로흐 방정식을 서술하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \partial_t \begin{pmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & \omega_0 & 0 \\ -\omega_0 & 0 & \Omega \\ 0 & -\Omega & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{pmatrix} \\ &- \begin{pmatrix} \frac{1}{T_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_2} & \Omega \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z - \rho_{z0} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{식 1.2.5.})$$

$\Omega$ 는 라비 주파수(Rabi frequency)를 의미하며  $\Omega = \frac{1}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{E}$ 이다.  $T_1$ 과  $T_2$ 는 각각 들뜬 상태의 수명시간(lifetime)과 위상 이완 시간(dephasing time)을 의미한다.  $\rho_{z0}$ 는 밀도 반전이 감쇠에 의해 수렴하였을 때 도달하는 값이다.

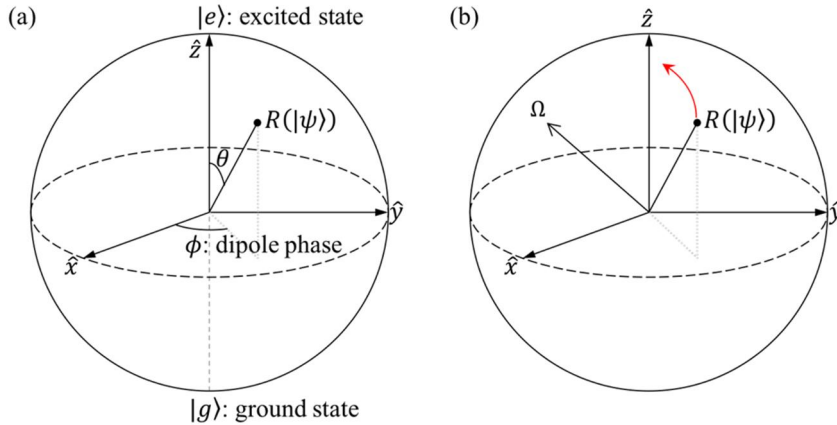


그림 1.2.1. (a) 2준위 시스템이 가지는 양자 상태를 3차원 벡터 상에 나타내는 블로흐 벡터. 블로흐 벡터 R의 z 성분은 이준위 시스템의 에너지를, x, y 성분은 이준위 시스템의 이중극자를 나타낸다. (b) 외부

전자기파와 상호작용할 때 나타나는 블로흐 벡터의 움직임. 전자기파에 의해 형성된  $\Omega$ 를 중심으로 블로흐 벡터가 회전한다.

2준위 시스템의 양자 상태는 블로흐 벡터  $(\rho_x, \rho_y, \rho_z)$ 로 표현이 가능하며 양자 상태의 시간에 따른 변화 또한 블로흐 벡터의 운동 방정식인 블로흐 방정식으로 간단하게 가시화하는 것이 가능하다. 양자 상태와 그 변화를 블로흐 벡터 가시화한 것은 (그림 1.2.1.)에 나타나있다. (식 1.2.5.)에 따르면 블로흐 벡터는  $+z$ 축에 대해 각속도  $-\omega_0$ 로 회전하며 이는 복소 이중극자가 전이 주파수에 따라 진동함을 의미한다. 그리고 전기장이 존재할 때  $+x$ 축에 대해 각속도  $-\Omega$ 로 회전하며 이를 라비 진동(Rabi oscillation)이라 한다. 전기장의 주파수와 전이 주파수 사이에 차이가 있을 경우 회전축에  $-z$ 축 방향으로 주파수 차이만큼의 성분이 추가되며 (그림 1.2.1. (b))와 같이 벡터  $\Omega$ 를 기준으로 빨간 화살표를 따라 회전한다. 시간이 지날수록 복소 이중극자의 크기는 위상 이완 시간에 따라 감소하며 밀도 반전은 들뜬 상태의 수명시간에 따라  $\rho_{z0}$ 로 수렴한다.

## 2. 맥스웰 블로흐 방정식 (Maxwell Bloch equations)

맥스웰 블로흐 방정식은 전자기파를 고전적으로 기술하는 맥스웰 방정식 (Maxwell equation)과 물질의 양자 상태를 기술하는 블로흐 방정식을 커플링 하여 전자기파와 물질의 상호작용을 준고전적으로 해석하는 방식(semiclassical method)의 방정식이다. 맥스웰 방정식은 다음과 같이 물질이 만들어내는 편극  $\vec{P}$ 에 영향을 받는다.

$$\partial_t \vec{H} = -\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (\text{식 1.2.6.})$$

$$\partial_t \vec{E} = \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{1}{\epsilon} \partial_t \vec{P} \quad (\text{식 1.2.7.})$$

$\vec{P}$ 는 물질 내 원자들의 밀도와 배열에 따라 다르지만 물질 내 원자들의 이중극자  $\vec{p}$ 가 모두 나란하게 존재한다면  $\vec{P} = N\vec{p}$ 의 값을 갖는다. 이때  $N$ 은 단위 부피당 원자의 밀도(number density)이다.  $\vec{p}$ 의 크기는 는 전이 이중극자 모멘트(transition dipole moment)  $d$ 를  $\rho_x$ 에 곱하는 것으로 구할 수 있다. (식 1.2.5.), (식 1.2.6.), (식 1.2.7.)를 모두 합쳐 맥스웰 블로흐 방정식이라 한다.

맥스웰 블로흐 방정식이 가지는 변수의 수를 줄여 계산량을 줄이기 위해 일반적으로 slowly varying envelope approximation(SVEA)을 맥스웰 블로흐 방정식에 적용한다. SVEA는 파동의 진폭의 변화가 파동이 진동하는 속도에 비해 굉장히 느릴 때 적용할 수 있는 가정이다. 이를 적용하면  $\partial_t(A \exp(i\omega t)) \approx i\omega A \exp(i\omega t)$ 로 근사가 가능하다. 1차원 상에서의 맥스웰 블로흐 방정식에 SVEA를 적용하면 다음과 같다.

$$\partial_z \mathcal{E} + \frac{1}{c} \partial_t \mathcal{E} = \frac{i}{2} \mu c \omega d N \mathcal{P} \quad (\text{식 1.2.8.})$$

$$\partial_t \mathcal{P} + \left( \frac{1}{T_2} - i(\omega - \omega_0) \right) \mathcal{P} = -i \frac{d}{\hbar} R \mathcal{E} \quad (\text{식 1.2.9.})$$

$$\partial_t R + \frac{1}{T_1} (R - R_0) = -i \frac{d}{\hbar} \left( \frac{\mathcal{E}^* \mathcal{P} - \mathcal{E} \mathcal{P}^*}{2} \right) \quad (\text{식 1.2.10.})$$

전기장과 이중극자의 복소 진폭이  $\mathcal{E}$ 와  $d\mathcal{P}$ 이고,  $R = \rho_3$ 를 의미한다. 위 식을 기반으로 전자기파와 물질의 상호작용에 대한 해석을 진행할 수 있으며, 한 예시로 물질과 공명하는 전자기파가 물질에 흡수되지 않고 그대로 투과되는 현상인 자기 유도 투과 현상(self-induced

transparency)에 대한 수치 해석을 진행하면 (그림 1.2.2.)과 같은 결과가 나타난다.

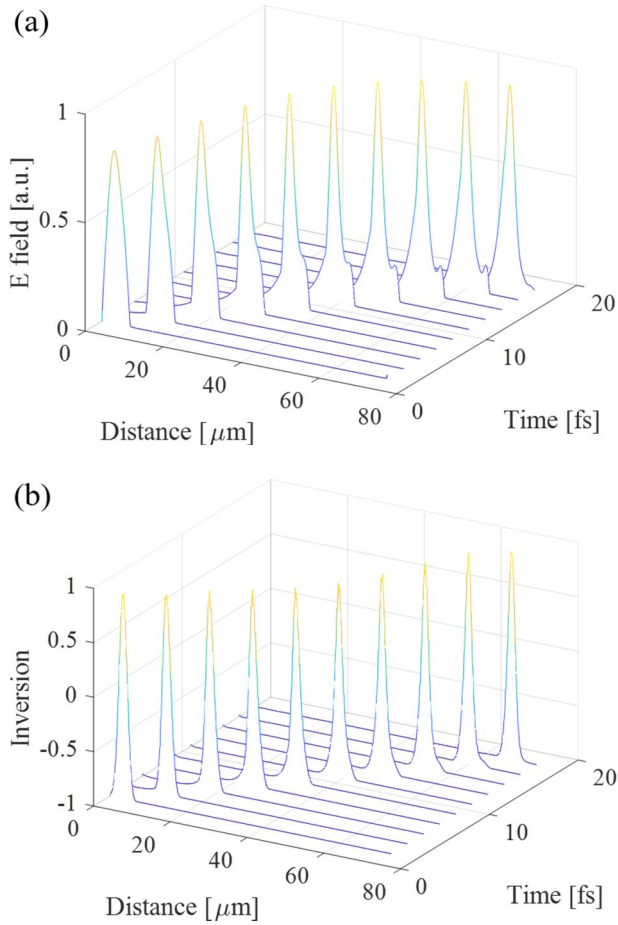


그림 1.2.2. 자기 유도 투과 현상에 대한 수치 해석 결과. 시간에 따라 1차원 공간을 전파하는 (a) 전자기파의 세기와 (b) 밀도 반전을 나타내는 그래프이다.

### 3. 초방사 현상 (Superradiance)

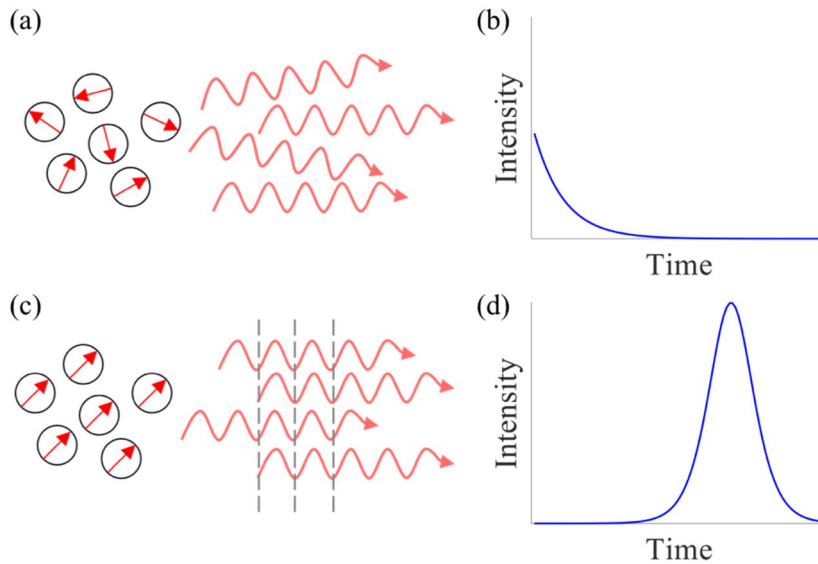


그림 1.2.3. 원자 앙상블에서 방출되는 자발 방출과 초방사 방출의 비교. 자발 방출이 일어날 때 (a) 원자에서 빛이 방출되는 것을 표현한 그림과 (b) 이때 방출되는 빛의 세기를 시간에 따라 나타낸 그래프이다. (c)와 (d)는 초방사 방출이 나타나는 경우에 대한 그림과 그래프이며 각각 (a)와 (b)에 대응된다. (a)와 (c)에서 원 하나가 원자 또는 2준위 방사체 하나를 나타내며 원 안의 화살표는 이중극자의 위상을 나타낸다.

초방사 현상은 Dicke에 의해 처음 제안된 현상으로 다수의 2준위 시스템들이 전이 파장보다 작은 공간 안에 모여 있을 때 발생하는 집단적인 자발 방출을 의미한다[1]. 이 현상은 2준위 시스템들이 서로가 방출하는 전기장을 매개로 강한 커플링을 형성하여 발생하는 현상이기 때문에 외부에서 오는 또는 내부에서 발생하는 노이즈는 커플링의 형성을 저해할 수 있다. 따라서 노이즈를 배제하는 것이 초방사 현상의 발생에 가장 중요한 조건이다. 이 조건을 만족시키지 못하면 자발 방출만 일어나고, 만족시킨 경우 초방사 현상이 일어난다. (그림 1.2.3.)에서는 일반적인 자발 방출과 초방사 현상에 의한 집단적인 자발 방출을 비교하여 나타내고 있다. 초방사 현상이 일어나면 (그림 1.2.3. (c))와 같이 2준위 시스템들의 이중극자 사이에서 자발적으로 위상의 결맞음이 형성된다. 위상이 결맞은 상태에서는 각

2준위 시스템들이 방출하는 전자기파 사이에 보강 간섭이 일어나므로 초방사 방출이 가지는 전기장의 세기는 2준위 시스템 개수에 비례하고 전자기파의 세기는 2준위 시스템 개수의 제곱에 비례하는 특성을 가진다. 이는 일반적으로 높은 결맞음을 생성할 때 사용하는 레이저의 세기가 방사체 수에 비례하는 것과 큰 차이를 보인다. 수명시간이  $T_s$ 인 2준위 원자들이 들뜬 상태로 한 점에  $N$ 개 만큼 모여 있을 때 발생하는 초방사 방출 펄스의 세기를 계산해보면 다음과 같다[22, 23].

$$I = I_s N^2 \text{sech}^2 \left[ \frac{N}{T_s} (t - t_0) \right] \quad (\text{식 1.2.11.})$$

초방사 현상은 방출하는 전자기파의 세기 외에도 주파수에도 영향을 준다. 일반적으로 2준위 시스템은 고유의 전이 주파수에 맞는 전자기파를 생성하므로 전이 주파수의 분포가 곧 전체 시스템이 방출하는 전자기파의 주파수 성분의 분포가 된다. 하지만 초방사 현상이 일어나는 경우, 2준위 시스템들 사이에 전이 주파수 차이가 존재하더라도 그 차이가 일정 수준을 넘지 않으면 자발적으로 주파수 변조가 일어나 주파수가 동기화(synchronization) 되고 위상의 결맞음이 형성된다.

자발 방출과 초방사 방출이 일어날 때 원자들이 가지는 양자 상태의 변화를 블로흐 벡터를 통해 나타내면 (그림 1.2.4.)와 (그림 1.2.5.)와 같이 나타난다. 자발 방출의 경우 각 원자에 해당하는 블로흐 벡터가 독립적으로 행동하며 각자가 가지는 주파수, 위상, 방사가 일어나는 시기가 모두 다르다. 하지만 원자 사이의 강한 상호작용이 존재하는 경우 블로흐 벡터들이 서로 묶여 고정된 상태를 유지한다. 마치 하나의 거대한 원자처럼 행동하며 그로 인해 주파수, 위상, 방사 시기가 모두 일치하는 초방사현상이 일어난다.

초방사 방출은 근본적으로 모든 2준위 시스템들에서 동시에 자발 방출이 일어나는 것이기에 자연 증폭 방출(amplified spontaneous emission)과 공존 할 수 없다. 또 주파수와 위상의 동기화가 자발적으로 일어나므로 유도 방출을 이용하는 레이저와 달리 공진기(cavity) 없이도 높은 결맞음을 갖는 전자기파를 발생시킨다. 초방사 방출의 이러한 특징을 이용하면 기존 레이저보다도 높은 결맞음을 갖는 전자기파를 안정적으로 발생시킬 수 있다[2-4].



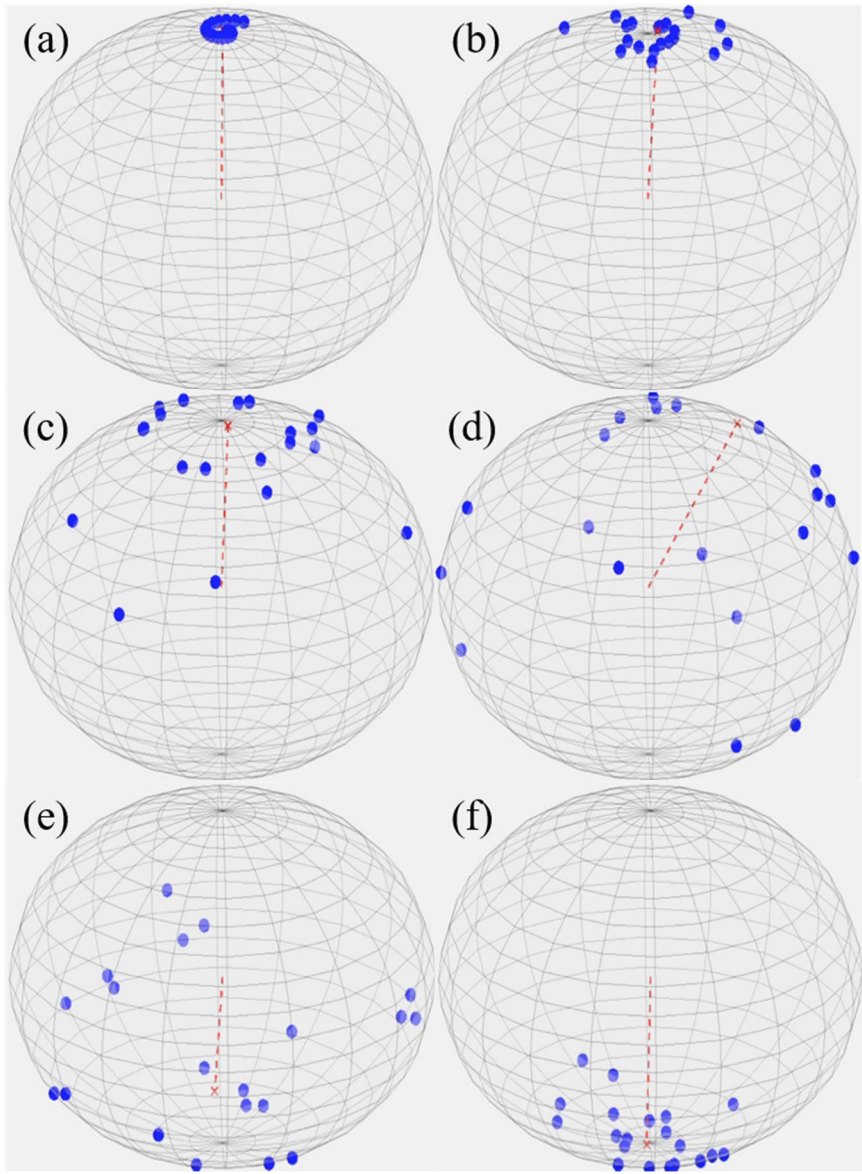


그림 1.2.4. 각 원자들을 블로흐 벡터로 표현 했을 때, 자발 방출의 경우에 나타나는 시간에 따른 블로흐 벡터 변화. 시간의 흐름에 따라 (a)에서 (f)로 서서히 변화한다. 파란 점들이 블로흐 벡터를 나타내고 빨간 점선은 블로흐 벡터들의 평균이 가리키는 방향을 의미한다. 시간의 흐름이 (그림 1.2.5.)의 초방사 방출의 경우보다  $N$ (원자의 개수)배만큼 빠르다.

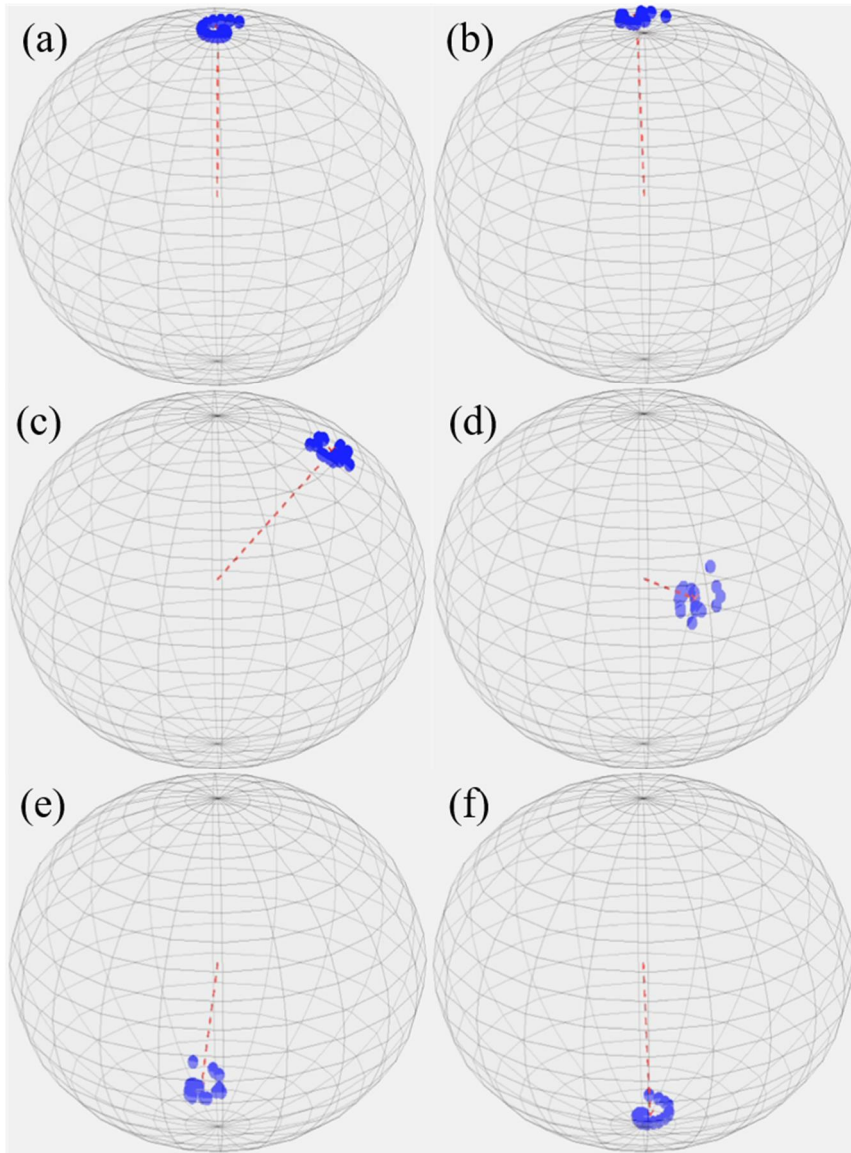


그림 1.2.5. 각 원자들을 블로흐 벡터로 표현 했을 때, 초방사 방출의 경우에 나타나는 시간에 따른 블로흐 벡터 변화. 시간의 흐름에 따라 (a)에서 (f)로 서서히 변화한다. 파란 점들이 블로흐 벡터를 나타내고 빨간 점선은 블로흐 벡터들의 평균이 가리키는 방향을 의미한다. 시간의 흐름이 (그림 1.2.5.)의 자발 방출의 경우보다  $N$  (원자의 개수)배만큼 느리다.

## 제 2 장 본 론

### 제 1 절 이색성 2준위 시스템

#### 1. 원자 앙상블 (atomic ensemble) 기반 이색성 2준위 시스템

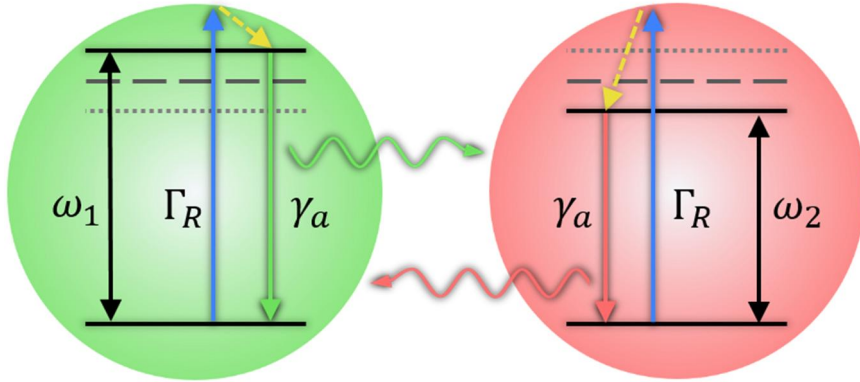


그림 2.1.1. 두 앙상블의 원자 내부에서 일어나는 에너지 전이. 한 앙상블에 속한 원자는  $\omega_1$ 의 전이 주파수를 가지며 다른 앙상블에 속한 원자는  $\omega_2$ 의 전이 주파수를 갖는다. 두 원자의 감쇠율은  $\gamma_a$ 로 가정되고, 모두 펌핑율  $\Gamma_R$ 로 펌핑되고 있다.

본 연구에서는 두 종류의 2준위 원자들을 기반으로 이색성 2준위 시스템을 구성한다. 각 원자들은 두 개의 전이 주파수  $\omega_1$ 와  $\omega_2$  중 하나를 가지며, 전이 주파수에 따라 두 개의 원자 앙상블을 형성한다. 이러한 시스템을 구성하는 방법은 다양하게 존재하며 그 중 하나는 서로 다른 크기의 양자점을 원자 대신으로 이용하는 것이다. 양자점은 2준위 시스템으로 가정할 수 있으며 크기에 따라 전이 주파수가 달라지므로 원하는 전이 주파수로 설정이 가능하다[18]. 단점으로는 양자점은 화학반응을 이용하여 만들어 내기 때문에 정확히 원하는 크기로 만들기가 쉽지 않다. 또 다른 방법으로는 같은 종류의 원자를 모아 놓고 외부에서 강한 자기장을 걸어 Zeeman 효과를 보는 방법이 있다. 이를 이용하면 전이 주파수 차이가 외부 자기장에 비례하여 생성되며 언제든지 외부 자기장을 조절하여 주파수 차이를 조절할 수 있다. 하지만 이때 발생하는 전이 주파수의 개수는 일반적으로 둘보다 많이

있어 현재 상황에는 적합하지 않다. 여기서 사용한 방법은 두 원자 앙상블에 서로 다른 드레싱 레이저(dressing laser)를 조사하여 각 앙상블마다 다른 전이 주파수를 부여해 주는 것이다[3, 18]. 이를 이용하면 전이 주파수 뿐만 아니라 각 원자별 감쇠율마저도 어느정도 조절이 가능하다.

두 앙상블의 원자 내부에서 일어나는 에너지 전이는 (그림 2.1.1.)과 같다. 이때 두 전이 주파수의 차이인 초기 디튜닝(initial detuning)의 크기는 전이 주파수에 비해 미미하다고 가정한다. 이 가정하에서는 각 원자들에 대한 맥스웰 블로흐 방정식에 평균 전이 주파수를 캐리어(carrier) 주파수로 기준 잡아서 SVEA를 적용하는 것이 가능하다.

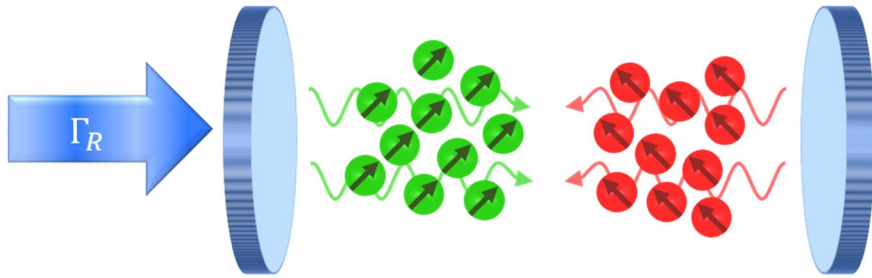


그림 2.1.2. 이색성 원자 시스템의 도식. 두 원자 앙상블은 1차원 광학 격자 안에 존재하고 펌핑을  $\Gamma_R$ 로 펌핑된다.

원자 앙상블들은 광학 격자에 의해 한 곳에 모여 있으며, 원자 사이에 존재하는 유일한 상호 작용은 전자기장에 의한 상호 작용이다. 이색성 원자 시스템의 개략도는 (그림 2.1.2.)에 나와있다. 외부 환경과의 상호 작용을 차단하여 원자 앙상블의 위상 이완 속도가 감소하는 대신 펌핑 과정에 의한 위상 이완이 두드러지게 된다. 전자기장에 의한 상호 작용 이외의 원자간 근거리 상호 작용이 발생하는 경우, 두 앙상블은 1차원 광학 격자 상에서 서로 분할시켜야 하며 이때 일정한 거리를 유지해야 한다. 두 앙상블 사이의 거리는 평균 전이 파장(transition wavelength)과 같거나 그 것의 배수여야 거리차에 따른 위상차가 크게 발생하지 않아 전체 시스템에서 초방사 현상이 일어나기 용이하다. 전체 시스템에서 초방사 현상이 일어나지 않더라도 앙상블마다 초방사 현상이 일어날 수 있도록 각각의 앙상블은 전이 파장보다 훨씬 작은 공간 안에 모여 있어야 한다.

좁은 공간 안의 원자들에 대해서는 그 분포가 균일하다고 가정할 수 있다. 각 앙상블 안의 원자 사이의 거리가 전이 파장보다 훨씬 짧기 때문에 원자의 위치 차이가 전자기파나 전자기파가 형성하는 원자간 커플링에 끼치는 영향은 미미하다. 그러므로 계산상 편의를 위해 원자들이 앙상블 내부에 균일하게 분포되어 있다고 가정한다. 이 가정에 앙상블 사이의 거리가 이미 전이 파장 또는 그 배수에 가깝다는 점도 고려하면 다른 앙상블 사이를 진행하면서 생기는 위상 차이도 무시할 수 있다. 원자들의 균일한 분포와 위상 차이의 무시로 인해 전체 시스템이 만드는 편극은 단일 원자의 이중극자  $p$ 에 원자 개수  $N$ 를 곱한 것으로 간단하게 계산할 수 있다.

편극의 경우와 같은 원리를 이용하면 다음과 같이 전기장의 복소 진폭  $\mathcal{E}$ 을 간단히 도출할 수 있다.

$$\mathcal{E}_j(z, t) = A_j(t) \left( \frac{z}{\Delta z} + \frac{1}{2} \right) \quad (\text{식 2.1.1.})$$

(식 2.1.1.)에서  $j$ 는 원자 앙상블의 종류를 구별 짓는 색인으로  $j = 1, 2$ 이다. 원자 앙상블의 중심은  $z = 0$ 에 존재한다.  $\Delta z$ 는 수치 해석 계산상의 단위 길이의 크기이며 Courant 조건을 만족하기 위해  $\Delta z = \lambda/10$ 으로 설정하였다[24]. 원자 앙상블의 부피는 작을수록 초방사 현상이 쉽게 일어나기에 공간상 최소 단위인  $\Delta z$ 와 동일하게 설정하였다. 원자들의 분포가 균일하고 위상 차이가 작다는 것과 초방사 현상에 의한 앙상블 내 위상 결맞음을 고려하면, 원자들이 만들어내는 전기장은 원자의 위치에 상관 없이 서로 결맞은 상태로 항상 보강간섭이 일어난다. 그로 인해 전기장의 총합은 단순합의 형태로 나타나며 단방향 진행에 대한 복소 진폭  $\mathcal{E}$ 는 (식 2.1.1.)와 같이 공간상 선형적으로 증가하는 형태로 나타난다. (식 2.1.1.)을 사용하면 맥스웰 방정식은 다음과 같이 단순화된다.

$$\begin{aligned} \partial_z \mathcal{E}_j(0, t) + \frac{1}{c} \partial_t \mathcal{E}_j(0, t) &= \frac{A_j}{\Delta z} + \frac{1}{2c} \partial_t A_j \\ &= \frac{i}{2} \mu_0 c \omega d_j \mathcal{N}_j \mathcal{P}_j(t) \end{aligned} \quad (\text{식 2.1.2.})$$

$\mathcal{N}$ 은 각 앙상블 내부의 원자 밀도이고,  $\omega$ 와  $\lambda$ 는 캐리어 주파수와 그에 해당하는 파장이다. 여기에 SVEA를 다시 한번 적용하면

다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\left| \frac{A_j}{\Delta z} \right| > \left| \frac{\omega}{2c} A_j \right| \gg \left| \frac{1}{2c} \partial_t A_j \right| \quad (\text{식 2.1.3.})$$

$$\mathcal{E}_j(0, t) = \frac{A_j}{2} = \frac{i}{4} \mu_0 c \omega d_j \mathcal{N}_j \Delta z \mathcal{P}_j(t) \quad (\text{식 2.1.4.})$$

(식 2.1.4.)는 전기장이 편극에 대해 그 크기가 비례하고  $90^\circ$ 의 위상 지연을 갖고 있다는 것과 맥스웰 방정식을 단순한 선형 관계식으로 대체 가능하다는 것을 보여준다. 위 식을 블로흐 방정식에 적용하면 다음과 같다.

$$\partial_t \mathcal{P}_j + \frac{1}{2} (\Gamma_R + (-1)^j i \delta) \mathcal{P}_j = \frac{N_0 \gamma_a}{2} (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2) R_j \quad (\text{식 2.1.5.})$$

$$\partial_t R_j + \Gamma_R (R_j - 1) = -\frac{N_0 \gamma_a}{4} (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^* \mathcal{P}_j + c.c. \quad (\text{식 2.1.6.})$$

$\Gamma_R$  과  $\delta = |\omega_1 - \omega_2|$  은 각각 펄스폭과 초기 디튜닝을 의미하고, 유도과정에서  $\mathcal{N}_j \Delta z \approx N_0$  와  $d_j \approx d_0$  의 가정이 들어갔다.  $\gamma_a$  는  $\gamma_a = \omega d_0^2 / 2\epsilon \hbar$ 이며 물리적으로 단일 원자의 감쇠율을 나타낸다.

## 2. 비동기화 조건

기존 연구들은 수치 해석 시 전체 시스템의 밀도 반전이 동일하다는 가정으로 계산을 단순화하였다[3, 8, 17, 18]. 이 가정이 본 연구에서도 유효한가를 검증하기 위해 다음과 같이 두 양자 앙상블이 가지는 감쇠율을 비교해 보았다. 초방사 이색성 시스템에서의 감쇠율 및 변조된 디튜닝(modulated detuning)은 다음과 같이 편극에 관한 방정식인 (식 2.1.5.)의 고유값(eigenvalue)을 계산하여 얻을 수 있다.

$$\partial_t \begin{pmatrix} \mathcal{P}_1 \\ \mathcal{P}_2 \end{pmatrix} = \frac{\delta}{2} \begin{pmatrix} -b + i + aR_1 & aR_1 \\ aR_2 & -b - i + aR_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{P}_1 \\ \mathcal{P}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{식 2.1.7.})$$

$$\mathcal{P}_j \propto \exp \left( \frac{\delta}{2} \left[ -b + aR \pm \sqrt{(aR)^2 - 1 + i2aS} \right] t \right) \quad (\text{식 2.1.8.})$$

여기서  $a = N_0 \gamma_a / \delta$  이고  $b = \Gamma_R / \delta$  이다.  $R$  과  $S$  는 각각  $R = (R_1 + R_2)/2$  과  $S = (R_1 - R_2)/2$  을 의미한다. (식 2.1.8.)을  $\exp([-\gamma_{tot} \pm i\Delta/2]t)$  와 같이 변수로 나타내면  $\gamma_{tot}$  과  $\Delta$  은 각각 감쇠율과 변조된 디튜닝이라는 물리적인 의미를 갖는다. 변조된 디튜닝은 초방사의 강한 커플링에 의해 전이 주파수에서부터 변조된 주파수들의 차이를 말한다. (식 2.1.8.)에서  $f(R, S) = \sqrt{(aR)^2 - 1 + i2aS}$  를 기준으로 세 가지 다른 경우를 분류 해낼 수 있다. 첫번째 경우로  $f(R, S)$  를 실수로 취급할 수 있는 경우가 있고, 두번째 경우로는  $f(R, S)$  를 허수로 근사할 수 있는 경우, 세번째 경우로는  $f(R, S)$  를 복소수로 취급해야만 하는 경우가 있다. 첫번째 경우에서 두 원자 앙상블의 편극은 주파수가 동기화 되었지만 감쇠율이 다를 수 있어 두 원자 앙상블의 밀도 반전이 같다고 할 수 없다. 반면에, 두번째 경우에는 편극의 주파수가 달라 변조된 디튜닝이 존재하지만 감쇠율이 같으므로  $R_1 \approx R_2$  라고 가정 할 수 있다. 마지막으로 세번째 경우에는 변조된 디튜닝도 존재하고 감쇠율도 서로 다르기 때문에 정확한 결과를 얻기 위해서는 추가적인 근사나 가정 없이 수치 해석을 진행해야 한다. 두번째 경우와 세번째 경우가 비동기 상태에 해당하는데, 명확한 해석과 효과적인 계산을 위해서 수치 해석의 범위를 두번째 경우로 제한하고 이를 바탕으로 밀도 반전이 같다고 가정한다.



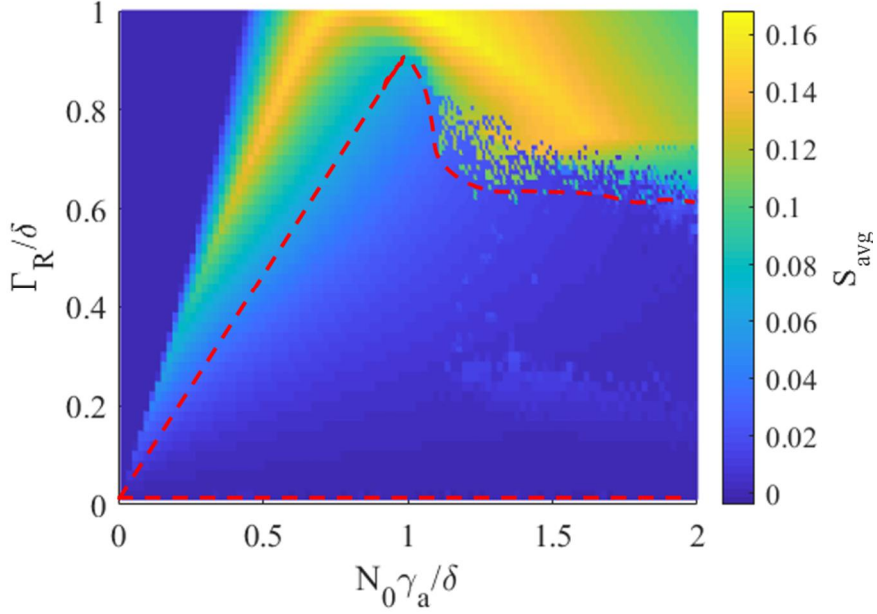


그림 2.1.3. 유효 범위 계산을 위한 밀도 반전 차 다이어그램.  $N_0\gamma_a$ 와  $\Gamma_R$ 에 따라 밀도 반전 차이  $S$ 의 시간 평균을 그린 위상 다이어그램이다. 두 매개 변수는  $\delta$ 로 정규화된다. 빨간색 파선은 밀도 반전 차이가 적고 초방사 방출이 일어나는 영역의 범위를 보여 준다.

실제 수치 해석을 진행하기 전에 위 가정의 유효 범위를 명확히 하기 위해 근사나 가정이 없는 맥스웰 블로흐 방정식으로 계산해 보았다. 이색성 시스템의 비동기 상태에 대한 수치 해석은 여기서 구한 유효 범위 내에서 진행되었다. 원자는  $^{87}\text{Rb}$  원자를 사용하고 각 양상블마다 별도로 드레싱(dressing)하여 초기 디튜닝을 부여한다. 이때 전이 파장은 795 nm로, 초기 디튜닝은 2 MHz로 설정하였다[4, 15]. 전이 이중극자 모멘트  $d$ 는  $2 \times 10^{-29} \text{ Cm}$  이고[25], 유한차분 시간영역 방법(finite-difference time-domain method)으로 계산하였다. (그림 2.1.3.)는 집단적 감쇠율  $N_0\gamma_a$ 와 펌핑율  $\Gamma_R$ 에 따른 두 원자 양상블의 밀도 반전 차이를 보여준다. 초방사 현상이 일어나는 동안 감쇠율은 집단적으로 향상되기 때문에, 초방사 현상에 관여하는 원자들의 수  $N_0$ 와 단일 원자 감쇠율  $\gamma_a$ 의 곱으로 집단적 감쇠율이 표현된다[1, 18, 22, 23]. 집단적 감쇠율과 펌핑율은 모두 초기 디튜닝  $\delta$ 으로 정규화(normalized) 되어있다. 밀도 반전의 차이는  $S = (R_1 - R_2)/2$ 의 시간평균으로 표현된다.



(그림 2.1.3.)를 보면 밀도 반전이 크지 않은 영역 두 군데가 확인 가능하다. 한 영역은 낮은 집단적 감쇠율과 높은 펌핑율을 가지는 영역이고 다른 하나는 높은 집단적 감쇠율과 낮은 펌핑율을 가지는 영역이다. 첫 번째 영역에서, 강한 펌핑에 의해 위상 이완이 가속화되고 원자 사이의 양자적 상관 관계(quantum correlation)가 깨진다. 결과적으로, 초방사 방출은 억제되고 원자들의 개별적인 자발 방출만이 발생한다. 이 영역에서 두 양상블의 밀도 반전이 같은 이유는 모든 원자들이 강한 펌핑에 의해 들뜬 상태를 유지하기 때문이다. 반면에, 두 번째 영역에서는 집단적 감쇠가 강하고 펌핑이 약해서 위상 이완이 느리다. 강한 집단적 감쇠는 원자간 커플링을 강하게 유지하고 초방사 방출을 생성한다. 두 영역 모두 수치 모델을 적용하기에는 충분하지만 두 번째 영역만이 초방사 방출을 생성하므로 높은 집단적 감쇠율과 낮은 펌핑율을 가지는 영역에 대해서 수치 해석을 진행한다. 수치 해석에서 사용되는 영역은  $N_0\gamma_a > \Gamma_R$  이고  $\delta > \Gamma_R$  인 영역에 속하며 그 경계는 (그림 2.1.3.)에서 빨간색 파선으로 표시된다. 영역의 경계가 가지는 펌핑율은  $N_0\gamma_a = \delta$  가 될 때까지 집단적 감쇠율이 증가함에 따라 선형적으로 증가한다. 그 이후에 펌핑율은 갑자기 감소했다가 집단적 감쇠율이 증가함에 따라 느리게 감소한다.

### 3. 이색성 2준위 시스템 모델링

이색성 2준위 시스템의 비동기 상태에 대한 수치적 모델링은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \partial_t \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\delta}{2} & N_0 \gamma_a P \\ \frac{\delta}{2} & 0 & 0 \\ -N_0 \gamma_a P & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \end{pmatrix} \quad (\text{식 2.1.9.}) \\ &\quad - \begin{pmatrix} \frac{\Gamma_R}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Gamma_R}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R-1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$R \approx R_1 \approx R_2$  를 가정하고  $P = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)/2$  와  $Q = -i(\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2)/2$  를 적용하였다. 기존의 맥스웰 블로흐 방정식에 비해 공간 미분이 없고 변수의 수가 줄어들어 수치 해석에 필요로 하는 계산 시간과 자원이 크게 감소하였다. 이 간략화 된 블로흐 벡터 모델은 기존의 광학 블로흐 벡터 모델과 거의 유사하나 몇 가지 차이점이 있다. 하나는 외부에서 들어오는 전자기파의 주파수 차이에 해당하는 부분에  $-\delta/2$  이 들어간다는 점이다. 이는 이색성 원자 시스템의 비동기 상태는 디튜닝에 의한 비팅의 영향으로  $\delta/2$ 에 관하여 주기적인 움직임을 가진다는 것을 의미한다. 그리고 외부 전자기파의 진폭에 해당하는 부분에  $N_0 \gamma_a P$  이 들어가 있어  $R$ 의 변화율이  $P^2$ 에 비례하는 식이 나타난다. 이를 통해 초방사 현상은 동기화 여부를 떠나서 편극이 가지는 자가 비선형 현상이라 해석할 수 있다.

## 제 2 절 초방사 이색성 시스템의 비동기 상태

### 1. 블로흐 벡터를 이용한 초방사 이색성 시스템 해석

초방사 이색성 시스템이 가지는 양자 상태의 시간에 따른 변화를 시각적으로 확인하기에는 블로흐 벡터를 이용하는 것이 용이하다. 다양한 경우에 대한 초방사 이색성 시스템의 변화를 블로흐 벡터 모델로 나타내면 (그림 2.2.1.)부터 (그림 2.2.3.)와 같이 나타난다. 각 그림은 두 양상블 사이의 상호 작용이 미약한 경우와 상호작용이 강해서 주파수 동기화가 일어난 경우, 그리고 상호작용이 강하지만 충분하지 않아 주파수 동기화가 일어나지 않은 경우에 해당한다.

두 양상블 사이의 상호작용이 미약할 경우, 두 양상블은 (그림 2.2.1.)와 같이 고유의 전이 주파수를 유지하며 독립적으로 정상상태를 유지한다. 반대로 두 양상블 사이의 상호작용이 충분히 강한 경우, (그림 2.2.2.)처럼 일정한 정상상태에 도달한다. 두 블로흐 벡터의  $xy$ 성분이 가지는 위상의 차이가 일정하게 유지되며 이 위상들은 두 양상블의 주파수는 동기화 된다. 그러나 비동기 초방사 상태와 같이 두 양상블 사이에 강한 상호작용이 존재하지만 충분히 강하지는 않은 경우, (그림 2.2.3.)의 역동적인 상태를 가진다. 두 블로흐 벡터의 위상의 차이가 클 때는 펌프에 의한 에너지 흡수가 일어난다. 그러다가 디튜닝에 의해 주기적으로 위상차가 작아지는 순간이 오는데 그 순간 두 블로흐 벡터는 마치 하나로 통일된 것과 같이 동시에 에너지를 방출한다. 그리고 시간이 지나 다시 위상차가 나기 시작하면 펌프를 흡수하여 에너지를 축적한다. 이러한 현상은 주기적으로 반복되어 펄스열을 만들어낸다.

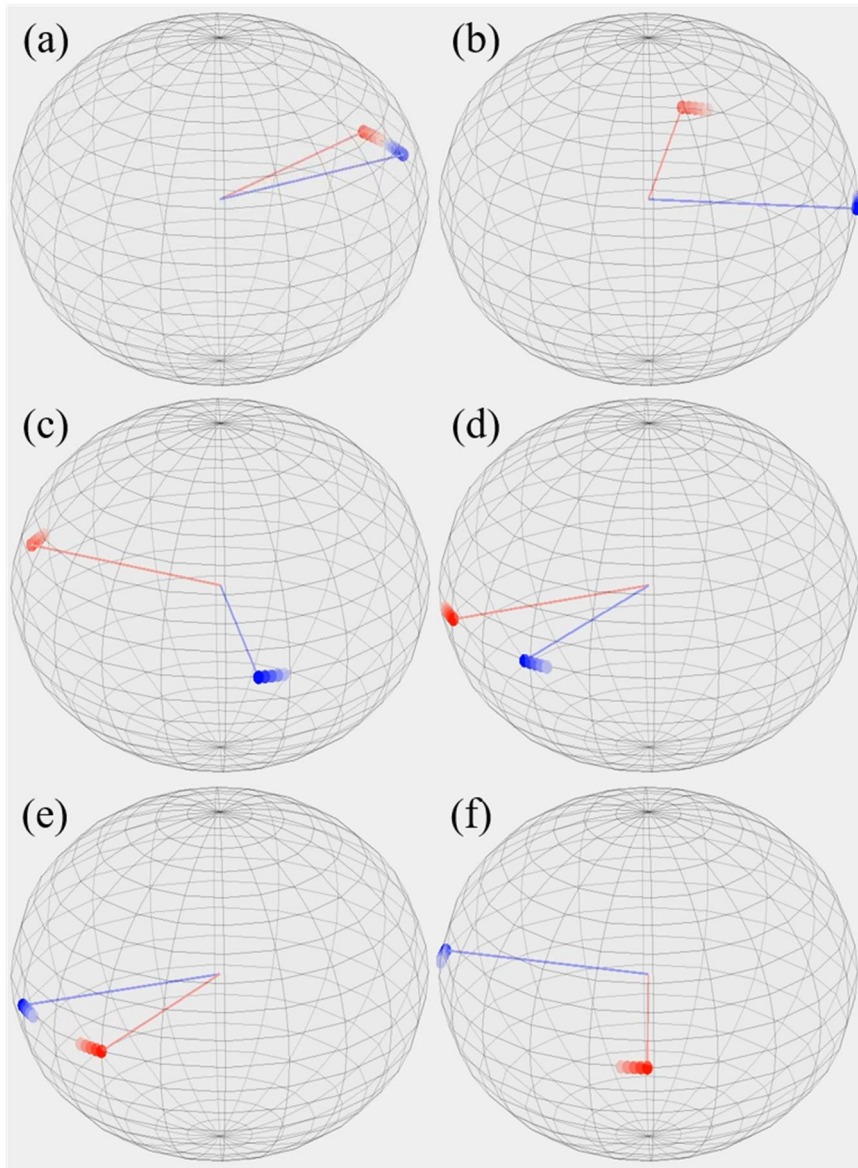


그림 2.2.1. 두 양상블이 서로 독립적인 경우에 나타나는 두 양상블의 평균 블로흐 벡터의 시간에 따른 변화. 시간의 흐름에 따라 (a)에서 (f)로 서서히 변화한다. 원형 점은 평균 블로흐 벡터를 나타내며 색이 연한 점은 블로흐 벡터가 지나온 자취를 의미한다. X표는 블로흐 벡터와 방향이 같고 크기가 1인 벡터이다.

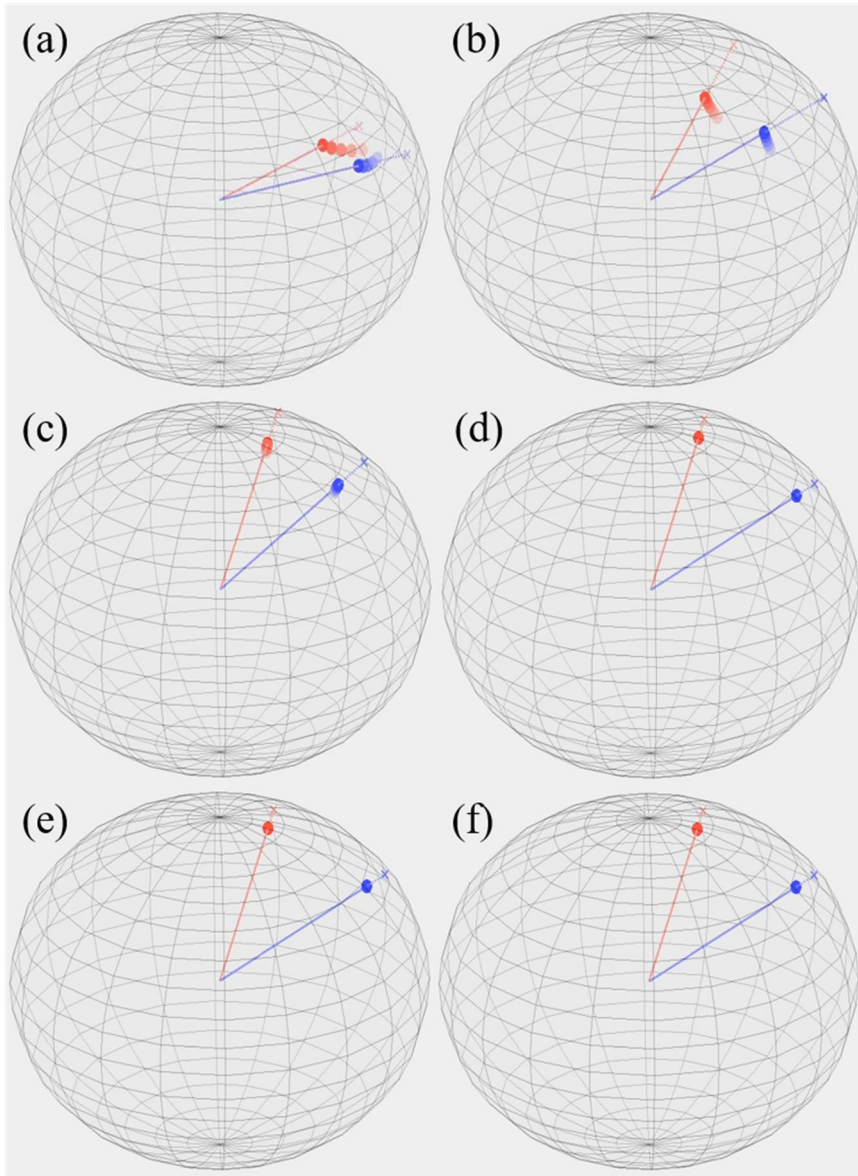


그림 2.2.2. 두 양상블이 강한 상호작용을 가져 주파수 동기화가 일어났을 때 나타나는 두 양상블의 평균 블로흐 벡터의 시간에 따른 변화. 시간의 흐름에 따라 (a)에서 (f)로 서서히 변화한다. 원형 점은 평균 블로흐 벡터를 나타내며 색이 연한 점은 블로흐 벡터가 지나온 자취를 의미한다. X표는 블로흐 벡터와 방향이 같고 크기가 1인 벡터이다.

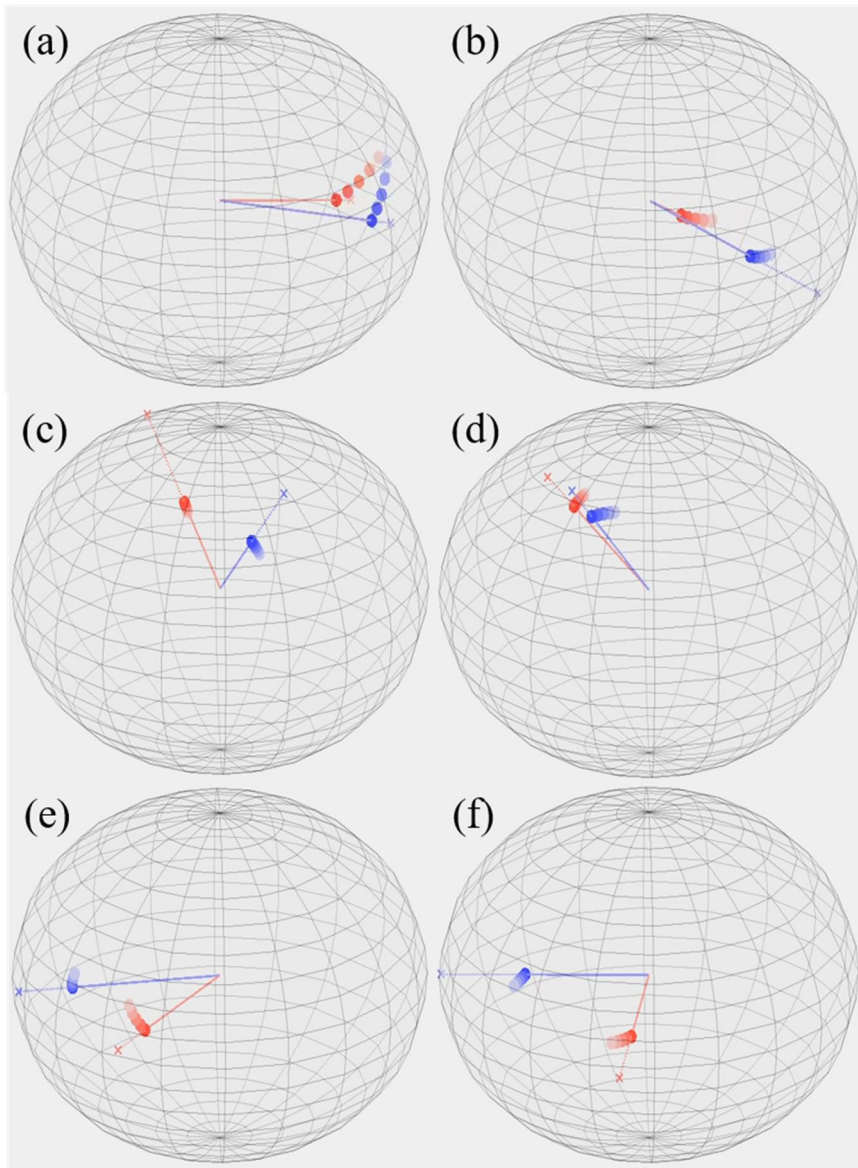


그림 2.2.3. 두 양상블이 강한 상호작용을 가지지만 주파수 동기화는 일어나지 않았을 때 나타나는 두 양상블의 평균 블로흐 벡터의 시간에 따른 변화. 시간의 흐름에 따라 (a)에서 (f)로 서서히 변화한다. 원형 점은 평균 블로흐 벡터를 나타내며 색이 연한 점은 블로흐 벡터가 지나온 자취를 의미한다. X표는 블로흐 벡터와 방향이 같고 크기가 1인 벡터이다.

## 2. 초방사 이색성 시스템의 비동기 상태 해석

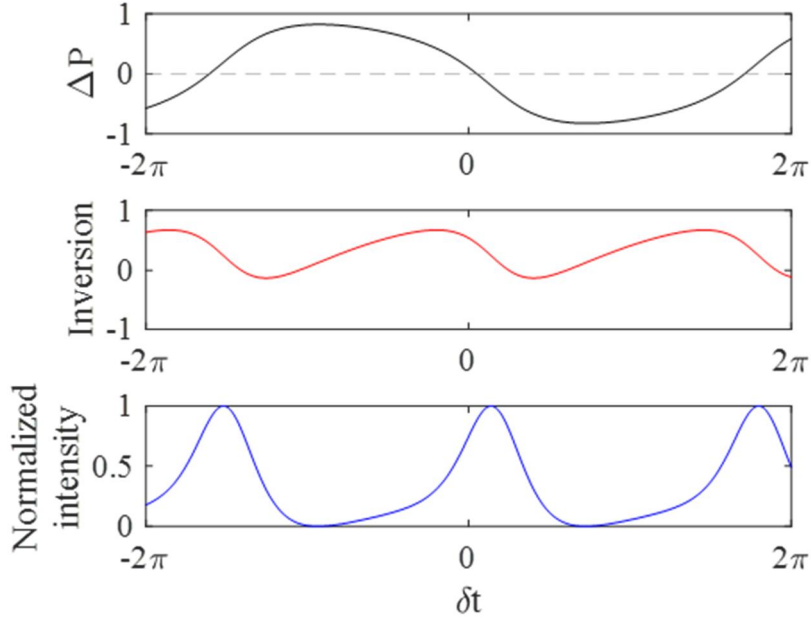


그림 2.2.4. 비동기 상태인 이색성 시스템의 편극 차이  $\Delta P = -i(\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2)$ 와 밀도 반전, 그리고 정규화 된 초방사 방출의 세기.

간략화 된 블로흐 벡터 모델을 기반으로 초방사 이색성 시스템의 비동기 상태에 대해 수치 해석을 진행하였다. 두  $^{87}\text{Rb}$  원자 앙상블에 별도로 드레싱(dressing)하여 초기 디튜닝을 부여하고, 이때 초기 디튜닝은 2 MHz로 설정 하였다[4, 15].  $N_0\gamma_a = 2\delta$ 와  $\Gamma_R = 0.5\delta$ 에 대한 시뮬레이션 결과는 (그림 2.2.4.)와 같다. (그림 2.2.4.)는 두 앙상블 사이에 강한 상호작용이 존재하는 비동기 초방사 상태의 주기적인 특성을 그래프로 나타낸 것이다. 비동기 상태의 초방사 방출은 2개의 전이 주파수로부터 변조된 주파수들을 포함한다. 각 앙상블의 편극은 변조된 주파수들에 따라서 각각 다른 속도로 진동하기 때문에 주기적으로 위상이 일치하거나 반대가 된다. 편극의 상대적인 위상은 계속 변하지만 전이 주파수를 기준으로 봤을 때에는 물리적 상호작용이 일어나기에 충분한 시간 동안 일정하게 유지된다. 편극의 위상이 동일한 경우, 편극은 동기화 된 초방사 시스템처럼 하나로 수렴한다. 그리고 동기화 된 원자들 사이의 커플링은 강해지며 높은 집단적 감쇠율을 가지고 초방사 방출을 생성한다. 이와는 반대로, 편극의 위상이 반대일

때 편극은 서로의 전자기장을 상쇄하고, 원자들은 전자기장 없이 강한  
 커플링을 구축할 수가 없다. 그로인해 전체 시스템에서 초방사 현상 및  
 방출이 억제되고 지속적인 펌핑에 의해 밀도반전은 증가한다. 편극과  
 밀도 반전, 그리고 방출되는 전자기파 사이의 상관 관계는 (그림  
 2.2.3.)에서 명확하게 나타난다. 편극의 위상이 동일할 때 편극의  
 차이인  $\Delta P = -i(\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2)$  는 0이고, 편극의 위상이 다를수록 0과  
 멀어진다. 편극의 차이는 변조된 디튜닝의 주파수에 맞춰 진동한다.  
 편극의 차이가 0이 아니라면, 초방사 방출의 세기는 억제되고 밀도  
 반전은 점진적으로 증가한다. 편극의 차이가 0 또는 거의 0에 가까우면  
 밀도반전은 빠르게 감소하고 초방사 방출은 최대값을 가진다. 이러한  
 과정은 주기적인 정상 상태를 가지며 초방사 펄스열을 생성한다.



### 3. 광자 메아리와 비교

초방사 광파 혼합의 동작 과정은 광자 메아리와 비교해볼 수 있다[26-28]. 2준위 원자는 완전히 들뜬 상태에 있거나 바닥 상태에 있지 않는 이상 이중극자에 의한 편극을 지니고 있고, 이 편극은 전이 주파수에 따라 진동한다. 원자가 여러 개 있을 때 모든 원자의 전이 주파수가 같다면 모두 같은 주기를 가지고 진동하나, 실제로는 원자 종류가 같더라도 각각 원자들이 저마다 다른 전이 주파수를 가지고 있어 시간이 지나면서 편극의 위상이 어긋나는 위상 이완이 일어나며 이를 비균질 확장(inhomogeneous broadening)이라고 한다. 광자 메아리는 이러한 특성을 역이용하는 현상으로 그 과정은 스핀 메아리(spin echo) 현상과 유사하다[14].

처음에는 원자에 에너지를 공급하여 원자들의 밀도 반전 상태가 들뜬 상태와 바닥 상태 사이에 있도록 만든다. 이때 펄핑을 높은 결맞음을 가지고 빠르게 가하면, 펄핑이 끝난 직후에도 원자들의 위상 차이가 크지 않다. 그 다음 위상 이완이 어느 정도 진행 되도록 내버려 두면 비균질 확장이 일어나고 원자들의 위상은 랜덤한 분포를 가지게 된다. 그러다가 블로흐 벡터를 반전시켜주는  $\pi$  펄스를 원자에 가해주면 블로흐 벡터와 양자 상태가 180도 반전된다. 이때 전이 주파수가 커서 위상이 상대적으로 앞섰던 원자는 뒤로, 전이 주파수가 작아서 위상이 상대적으로 뒤쳐져 있던 원자는 위상이 앞으로 배치된다. 위상의 순서가 완전히 뒤바뀌었기 때문에 앞에서 이완하는데 소요한 시간만큼 지나면 원자들의 위상은 다시 하나의 위상으로 맞춰진다. 하나의 위상으로 맞춰진 순간 원자 간의 높은 결맞음과 강한 편극은 초방사 방출을 일으킨다. 앞에서 주로 설명한 초방사의 예시는 자발적으로 일어나는 현상인데 비해, 광자 메아리는 인위적으로 유도한 초방사 현상이라 할 수 있다. 처음 펄핑을 가하고  $\pi$  펄스를 가할 때까지의 시간과  $\pi$  펄스를 가한 이후 초방사 방출이 나오기까지 걸리는 시간이 같아 이를 광자 메아리 현상이라 부른다. 이와 비슷한 현상으로는 스핀 메아리가 있으며, 위상 이완 시간 측정, MRI, NMR 등에 이용된다.

광자 메아리 시스템과는 달리 비동기 상태의 초방사 이색성 시스템은 주파수가 크게 두 가지 밖에 존재하지 않고 지속적으로 펄핑이 되기 때문에 편극의 위상이 끊임 없이 주기적으로 일치한다. 결과적으로 초방사 이색성 시스템은 펄스열을 일정하게 주기적으로 방출한다. 일정한 정상 상태로의 가정은 동기화 된 시스템에 대한 강력한

가정이지만, 비동기 초방사 시스템의 진동하는 동작을 설명하기에는 적절하지 않다. 그러므로 비동기 상태의 분석에는 일정한 정상 상태로의 근사 없이 진행해야한다.

### 제 3 절 초방사 광파 혼합

#### 1. 집단적 감쇠 및 펌핑에 따른 특성 변화

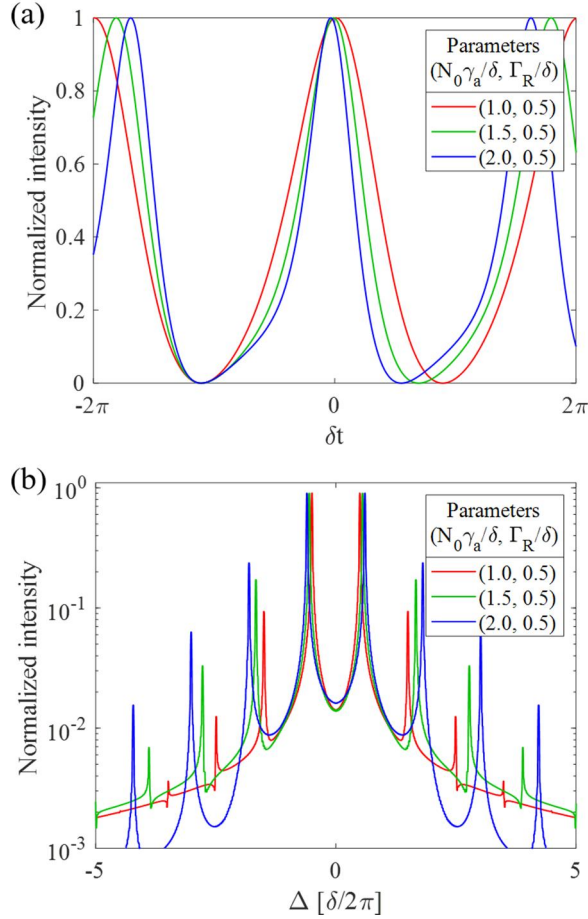


그림 2.3.1. (a) 시간 영역에서의, (b) 주파수 영역에서의 다양한 집단적 감쇠율에 대한 정규화 된 초방사 방출의 세기. 초기 디튜닝  $\delta$  을 기준으로 정규화 하였고 그 세기는 로그 스케일로 나타나 있다.

집단적 감쇠율과 펌핑율의 영향을 분석하기 위해 각 변수를 변화시키면서 초방사 현상의 변화를 관찰했다. (그림 2.3.1.)에서 알 수 있듯이 펄스의 주기와 펄스폭은 집단적 감쇠가 강해질수록 감소한다. 이는 초방사 커플링이 강력할수록 변조가 더 강하게 일어나 변조된 디튜닝이 작아진다는 점을 고려해보면 펄스열의 주기가 줄어든다는 것은 예측할 수 있다.

그 외에도 펄스의 최고점은 펄스의 끝 쪽으로 점진적으로 밀려 나가며, 한 펄스 모양의 변형이 강하게 나타난다. 펄스가 사인 곡선에 가깝게 나타나는  $N_0\gamma_a = \delta$ 와 펄스의 변형이 확연한  $N_0\gamma_a = 2\delta$ 의 경우를 비교하면 그 차이가 더 극명하게 드러난다. 이는 전체 편극이 증가할수록 비선형 현상이 강하게 일어나는 초방사 현상의 특성에 기인한 것으로 보인다. 집단적 감쇠율이 클수록 전체 시스템의 최대 편극값이 커지므로 이로 인한 비선형 현상 또한 강하게 일어나 펄스의 모양도 변형이 강하게 일어나는 것이다. 이와 같이 펄스 폭과 최고점 위치의 변화와 같은 펄스 모양의 변형은 일반적인 근사법을 기반으로 쉽게 설명할 수 없지만 본 연구에서 사용하는 모델을 이용하면 이를 확인할 수 있다.

주기적인 펄스열은 동일한 모드 간격(mode spacing)을 갖는 수많은 주파수들로 구성되며, 비동기 이색성 시스템의 초방사 방출도 이에 해당된다. 모드 간격은 펄스열 주기와 직접적인 관계가 있기 때문에 펄스열 주기의 변화에 맞춰 모드 간격도 변한다. 전이 주파수 근처의 주파수들이 가장 강하고 다른 주파수들은 그 주위에 양측으로 동일한 모드 간격을 유지하며 배치된다. 집단적 감쇠율이 증가하면 모드 간격이 넓어지며 사이드 피크(side peak)의 상대적 크기 또한 커진다. 이와 달리 동기화 된 초방사 시스템은 동기화 된 단일 주파수만을 성분으로 가지며, 두 양자 시스템 사이의 상관 관계가 완전히 소멸한 경우에는 전이 주파수에 해당하는 두 개의 주파수만 존재한다. 사이드 피크는 두 양상블 사이에 강한 초방사 커플링이 존재하여 주파수 혼합을 일으킨다는 결정적인 근거이다. 이때 발생하는 주파수 혼합의 결과는 축퇴된 4파 혼합(degenerated four wave mixing)의 결과와 유사하지만 Kerr 비선형 효과에 의해 야기된 것이 아니라 초방사 현상에 기인한다는 점이 다르다. 이러한 이유로 비동기 상태의 초방사 시스템에서 일어나는 주파수 혼합 현상을 초방사 광파 혼합이라 명명한다.

펌핑율이 미치는 영향을 집단적 감쇠율의 경우와 동일한 방식으로 조사하였고 그 결과는 (그림 2.3.2.)에 나타나 있다. 대부분의 결과는 집단적 감쇠율의 영향과 일치하는 경향을 보인다. 펌핑율이 증가하면 주기가 짧아지고 펄스폭이 좁아진다. 이와 동시에 최고점의 위치가 바뀌며, 모드 간격이 커지고, 사이드 피크가 커진다. 그러나  $\Gamma_R = 0.3\delta$ 와  $\Gamma_R = 0.5\delta$ 의 경우, 주기 또는 모드 간격의 변화에는 눈에 띄는 차이가 존재하지 않는다. 그 대신, 최고점 위치의 차이는 집단적 감쇠율에서의

결과를 비롯한 다른 모든 경우에서의 결과보다 분명하게 드러난다는 차이점이 있다.

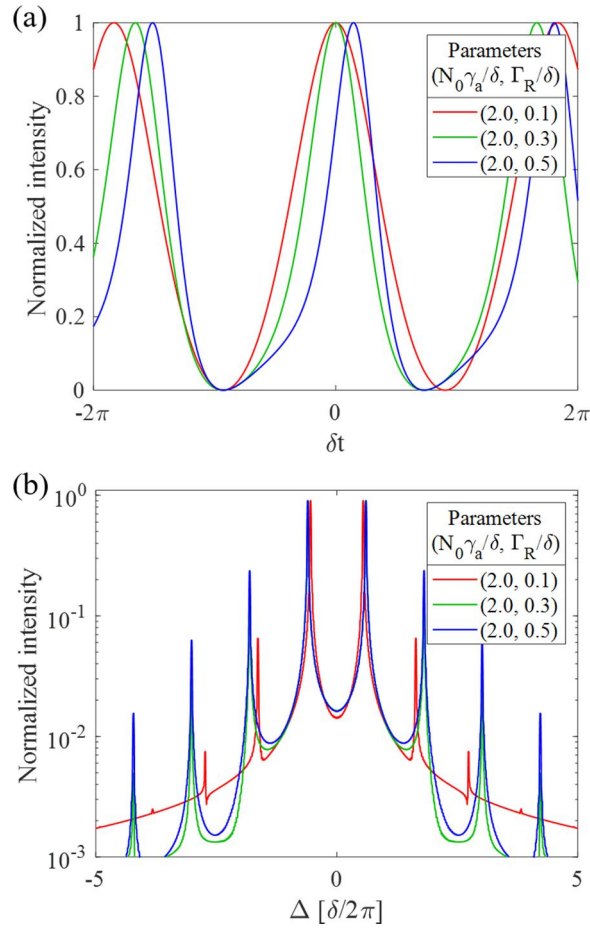


그림 2.3.2. (a) 시간 영역에서의, (b) 주파수 영역에서의 다양한 펄핑율에 대한 정규화 된 초방사 방출의 세기. 초기 디튜닝  $\delta$  을 기준으로 정규화 하였고 그 세기는 로그 스케일로 나타나 있다.

## 2. 스펙트럼 대역폭 분석

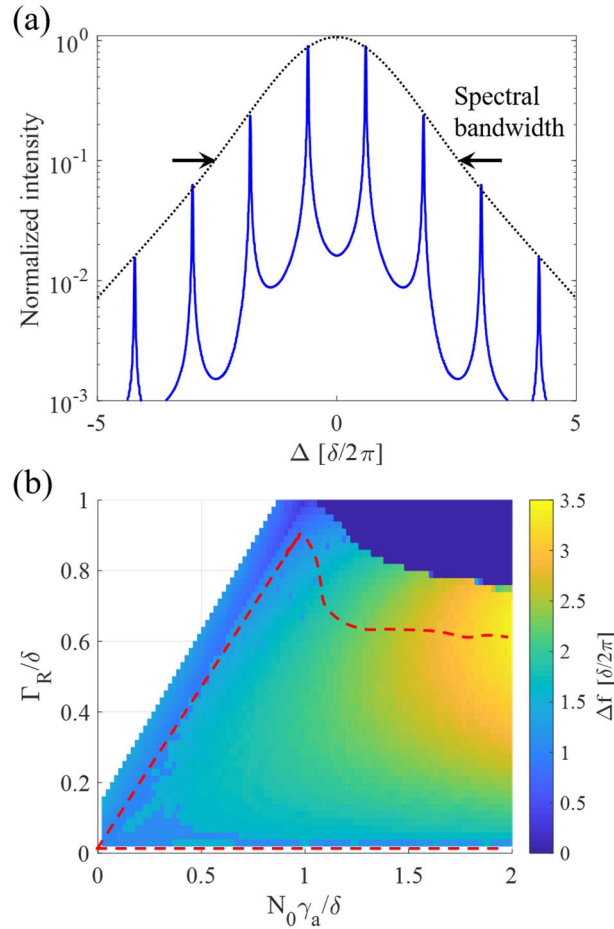


그림 2.3.3. (a) 정규화 된 초방사 방출의 스펙트럼 프로파일. 검은색 점선은 각 피크를 연결하는 envelope이며 10 dB 수준의 스펙트럼 대역폭  $\Delta f$ 는 화살표로 표기되어 있다. (b) 스펙트럼 대역폭  $\Delta f$ 의 위상 다이어그램. 빨간색 파선은 수치 해석을 하기 전에 계산된 수치 모델의 유효 범위를 보여준다.

집단적 감쇠율이나 펌핑율 등의 요인들이 초방사 광과 혼합에 끼치는 전반적인 영향을 밝히기 위해 초방사 광과 혼합에 대한 위상 다이어그램을 만들었다. 초방사 광과 혼합의 정도를 나타내는 파라미터로 10 dB 레벨의 스펙트럼 대역폭  $\Delta f$ 을 사용하였으며 이는 (그림 2.3.3.)에 표기되어 있다. 사이드 피크는 초방사 광과 혼합의 명확한 증거이며, 그 크기는 초방사 시스템의 비선형성을 직접적으로

나타내기 때문에 스펙트럼 대역폭을 파라미터로 선택하였다. 초방사  
 광과 혼합이 일어나는 경우, 사이드 피크의 크기가 증가할수록 스펙트럼  
 대역폭이 증가한다. 초방사 광과 혼합이 일어나지 않는 경우, 스펙트럼  
 대역폭은 동기화 된 초방사 방출이 가지는 단일 주파수의 대역폭으로  
 크게 감소한다. 집단적 감쇠율과 펄핑율에 따라 계산된 스펙트럼  
 대역폭은 (그림 2.3.3.)의 위상 다이어그램으로 나타나 있다. 집단적  
 감쇠율과 펄핑율은 초기 디튜닝에 의해 정규화 되어있다. 빨간색 파선은  
 수치 모델의 유효 범위를 나타낸다. 간략화 된 블로흐 벡터 모델을  
 이용한 분석 결과는 근사 없이 맥스웰 블로흐 방정식을 이용한 결과와  
 4.02%의 평균 절대 오차(mean absolute value)를 가지고 0.18의 표준  
 편차를 가지므로 두 결과는 크게 차이 나지 않는다. 수치 모델의  
 유효범위 내에서 초방사 광과 혼합은 항상 일어나며, 스펙트럼 대역폭은  
 펄핑율이 0이거나  $N_0\gamma_a = \Gamma_R$  일 때 초기 디튜닝인  $\delta$ 에 가까운 최소값을  
 가진다. 이는 초방사 광과 혼합 또는 초방사 펄스열이 발생하는데  
 집단적 감쇠와 펄핑이 모두 필요함을 나타낸다. 집단적 감쇠율이 낮을  
 때는 펄핑에 의해 초방사 방출이 억제된다. 또한 약한 펄핑 에너지는  
 밀도 반전에 주기적인 진동을 만들어 내기에 충분하지 않아 초방사  
 펄스열의 생산이 감소한다. 반면 집단적 감쇠율이 높고 펄핑율도 높은  
 경우에는 밀도 반전의 주기적인 진동이 강화된다. 집단적 감쇠율이  
 높아서 밀도 반전의 감소가 일어날 때 그 속도가 빠르고, 펄핑율이  
 높아서 전체 시스템의 편극이 작을 때 밀도 반전이 빠르게 증가한다.  
 결국 이는 밀도 반전의 빠른 진동을 야기하고, 초방사 광과 혼합과  
 초방사 펄스열과 같은 초방사 현상들이 강하게 활성화된다. (그림  
 2.3.3.)에 나타나지는 않았지만, 더 높은 집단적 감쇠율에서 스펙트럼  
 대역폭의 값은  $10\delta$ 를 초과하기도 한다. 결론적으로 집단적 감쇠율과  
 펄핑율을 증가시키는 것은 초방사 광과 혼합에 긍정적 영향을 미친다.

### 3. 4광파 혼합과의 비교

초방사 광파 혼합에 관한 수치 해석 결과는 Kerr 비선형 효과를 이용하지 않는 새로운 주파수 생성 방법을 제안한다. 초방사 광파 혼합은 초방사 방출을 기반으로 하기 때문에 공진기를 사용하여 만든 전자기파보다도 높은 색순도의 주파수들을 생성할 수 있다[3, 4]. 그리고 초방사 광파 혼합은 초방사 현상이 가지는 동기화 현상을 이용하여 높은 결맞음을 만들어내기 때문에 펌프에 노이즈나 낮은 결맞음 등이 어느 정도 존재해도 결과에 큰 영향을 끼치지 못한다[15, 29, 30]. 또한 펌프의 주파수, 대역폭, 또는 펌핑 방법에 크게 구애 받지 않고 필요로 하는 펌핑율을 제공해 주기만 하면 일정한 결과가 나온다. 각 주파수 성분들이 더 높은 색순도를 지니게 하는 방법으로 단순히 원자 밀도나 펌핑율을 조절하는 것 외에도 다른 방법이 존재한다. 두 전이 주파수와 다른 주파수를 전이 주파수로 갖는 새로운 원자 양상블을 추가하는 것이다. 이때 전이 주파수들을 크기 순으로 나열하면 인접 주파수 간에 등 간격을 유지해야 한다. Zeeman 분할을 이용하여 2준위 시스템을 준비하면 이러한 조건들은 만족시킬 수 있다. 전이 주파수가 등 간격으로 분포하면 주파수의 개수가 많더라도 주파수 간격에 따라 주기적으로 위상이 일치하는 순간이 오며 그 순간 발생하는 초방사 방출이 펄스열을 구성한다. 전체 원자의 개수가 같더라도 전이 주파수의 개수가 많을수록 더 광범위한 대역폭을 가지므로 원자들이 가지는 위상이 일정 범위 내로 수렴해 있는 시간은 짧아진다. 반면 주기는 일정하게 유지 되므로 위상이 넓게 퍼져 있는 시간은 늘어나 폭이 좁은 펄스 및 넓은 스펙트럼 대역폭을 유도한다.

2준위 시스템이 드레싱 레이저를 이용하거나 Zeeman 분할을 이용하여 준비 되었을 경우, 두 양상블의 전이 주파수를 언제라도 조정하는 것이 가능하다. 다른 말로 하자면, 캐리어 주파수나 디튜닝 값을 조정하는 것이 자유로우며 이에 의해 파생되는 초방사 광파 혼합의 특성을 원하는 대로 조정하는 것이 가능하다는 뜻이다. 캐리어 주파수는 두 양상블의 전이 주파수의 평균과 관계되며 디튜닝 값이 변하더라도 이에 관계없이 일정한 값을 지닌다. 이와는 반대로 펄스의 주기부터 펄스의 모양까지 캐리어 주파수를 제외한 모든 성분은 디튜닝 값에 민감하게 반응한다. 일반적으로 캐리어 주파수와 펄스열의 특성은 비선형성으로 연결되어있고 그 상대적인 관계는 노이즈에도 영향을 받는다. 하지만 초방사 광파 혼합은 노이즈에 강하며 캐리어 주파수와



펄스열의 특성을 독립적으로 조작이 가능하다. 이는 모드 간격과 carrier envelope offset을 광파 혼합이 일어나는 중에도 외부에서 자유롭게 제어하거나 외부의 노이즈와 들어와도 일정하게 유지할 수 있다는 것이다. 이러한 특성들은 주파수 빗(frequency comb) 및 다중 주파수 생성(multiple frequency generation)에 대한 초방사 광파 혼합의 탁월한 잠재력을 보여준다.

### 제 3 장 결 론

본 연구는 이색성 2준위 시스템에서 나타나는 초방사 현상에 대한 수치 해석을 진행했다. 수치 해석을 위해 비동기 상태를 온전하게 표현할 수 있는 수치 모델을 제안하였고 유효 범위를 계산하였다. 수치 모델을 기반으로 분석을 진행한 결과 비동기 초방사 시스템의 주기적인 작용을 확인할 수 있었다. 그리고 Kerr 비선형 현상을 필요로 하지 않는 초방사 현상에 의한 주파수 발생 또한 발견하여 이를 초방사 광파 혼합이라 명명하였다. 집단적 감쇠율, 펄핑율, 초기 디튜닝이 초방사 광파 혼합에 미치는 영향을 조사하였다. 본 연구는 디튜닝이 존재하는 시스템이 가지는 양자 상관 관계에 대한 이해를 넓혔으며, 초방사 광파 혼합이라는 새로운 현상을 발견하였다. 이는 양자 광학 시스템을 위한 새로운 다중 주파수 생성 방법 개발에 핵심적인 기반이 될 것으로 예상된다. 주파수 생성 및 기타 광학 부품에 실용적으로 적용하기 위해서는 초방사 광파 혼합의 성능과 잠재력에 대한 심도 있는 연구가 추가로 진행되어야 한다.

## 참고 문헌

- [1] Dicke, RH. "*Coherence in spontaneous radiation processes.*" Physical Review 93.1 (1954):99.
- [2] Bohnet, JG, Chen, Z, Weiner, JM, Cox, KC, Thompson, JK. "*Relaxation oscillations, stability, and cavity feedback in a superradiant raman laser.*" Physical review letters 109.25 (2012):253602.
- [3] Bohnet, JG, Chen, Z, Weiner, JM, Meiser, D, Holland, MJ, Thompson, JK. "*A steady-state superradiant laser with less than one intracavity photon.*" Nature 484.7392 (2012):78.
- [4] Norcia, MA, Winchester, MN, Cline, JR, Thompson, JK. "*Superradiance on the millihertz linewidth strontium clock transition.*" Science advances 2.10 (2016):e1601231.
- [5] Zobay, O, Nikolopoulos, GM. "*Dynamics of matter-wave and optical fields in superradiant scattering from Bose-Einstein condensates.*" Physical Review A 72.4 (2005):041604.
- [6] Yang, F, Zhou, X, Li, J, Chen, Y, Xia, L, Chen, X. "*Resonant sequential scattering in two-frequency-pumping superradiance from a Bose-Einstein condensate.*" Physical Review A 78.4 (2008):043611.
- [7] de Oliveira, RA, Mendes, MS, Martins, WS, Saldanha, PL, Tabosa, JW, Felinto, D. "*Single-photon superradiance in cold atoms.*" Physical Review A 90.2 (2014):023848.
- [8] Meiser, D, Holland, M. "*Steady-state superradiance with alkaline-earth-metal atoms.*" Physical Review A 81.3 (2010):033847.
- [9] Jaroszynski, D, Chaix, P, Piovela, N, Oepts, D, Knippels, G, Van Der Meer, A, et al. "*Superradiance in a short-pulse free-electron-laser oscillator.*" Physical review letters 78.9 (1997):1699.
- [10] Bonifacio, R, Piovela, N, McNeil, B. "*Superradiant evolution of radiation pulses in a free-electron laser.*" Physical Review A 44.6 (1991):R3441.
- [11] Bonifacio, R, Casagrande, F. "*The superradiant regime of a free electron laser.*" Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 239.1 (1985):36-42.
- [12] Scheibner, M, Schmidt, T, Worschech, L, Forchel, A, Bacher, G, Passow, T, et al. "*Superradiance of quantum dots.*" Nature Physics 3.2 (2007):106.
- [13] Jahnke, F, Gies, C, Aßmann, M, Bayer, M, Leymann, H, Foerster, A, et al. "*Giant photon bunching, superradiant pulse emission and excitation trapping in quantum-dot nanolasers.*" Nature communications 7(2016):11540.
- [14] Javaloyes, J, Perrin, M, Politi, A. "*Collective atomic recoil laser as a synchronization transition.*" Physical Review E 78.1 (2008):011108.
- [15] Weiner, JM, Cox, KC, Bohnet, JG, Thompson, JK. "*Phase synchronization inside a superradiant laser.*" Physical Review A 95.3 (2017):033808.

- [16] Bellomo, B, Giorgi, G, Palma, G, Zambrini, R. "*Quantum synchronization as a local signature of super- and subradiance.*" *Physical Review A* 95.4 (2017):043807.
- [17] Shankar, A, Cooper, J, Bohnet, JG, Bollinger, JJ, Holland, M. "*Steady-state spin synchronization through the collective motion of trapped ions.*" *Physical Review A* 95.3 (2017):033423.
- [18] Xu, M, Tieri, DA, Fine, E, Thompson, JK, Holland, MJ. "*Synchronization of two ensembles of atoms.*" *Physical review letters* 113.15 (2014):154101.
- [19] Barbara, P, Cawthorne, A, Shitov, S, Lobb, C. "*Stimulated emission and amplification in Josephson junction arrays.*" *Physical review letters* 82.9 (1999):1963.
- [20] Bonifacio, R, Casagrande, F, Milani, M. "*Superradiance and superfluorescence in Josephson junction arrays.*" *Physics Letters A* 101.8 (1984):427-431.
- [21] Griffiths, DJ. *Introduction to quantum mechanics*: Cambridge University Press; 2016.
- [22] Gross, M, Haroche, S. "*Superradiance: An essay on the theory of collective spontaneous emission.*" *Physics reports* 93.5 (1982):301-396.
- [23] Stroud Jr, C, Eberly, J, Lama, W, Mandel, L. "*Superradiant effects in systems of two-level atoms.*" *Physical Review A* 5.3 (1972):1094.
- [24] Courant, R, Friedrichs, K, Lewy, H. "*Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik.*" *Mathematische annalen* 100.1 (1928):32-74.
- [25] Steck, DA. Rubidium 87 D line data. 2001.
- [26] Kurnit, N, Abella, I, Hartmann, S. "*Observation of a photon echo.*" *Physical review letters* 13.19 (1964):567.
- [27] Basharov, A, Znamenskiy, N. "*Photon echo under superradiance.*" *Physics Letters A* 360.2 (2006):400-404.
- [28] Gonçalves, AP, Tallet, A, Lefebvre, R. "*Superradiant Damping Effects in Photon-Echo Theory.*" *Physical Review A* 1.5 (1970):1472.
- [29] Robb, G, Burgess, R, Firth, W. "*Enhancement of collective atomic recoil lasing due to pump phase modulation.*" *Physical Review A* 78.4 (2008):041804.
- [30] Lei, M, Wu, C, Zhang, A, Gong, Q, Jiang, H. "*Population inversion in the rotational levels of the superradiant  $N^2+$  pumped by femtosecond laser pulses.*" *Optics Express* 25.4 (2017):4535-4541.

## Abstract

# Modeling and numerical analysis of an unsynchronized superradiant dichroic system

Haechan An

Department of Electrical and Computer Engineering

College of Engineering

Seoul National University

In this thesis, numerical analysis is performed on superradiance in dichroic two-level systems with two different transition frequencies. A numerical model considering periodic dynamics of unsynchronized superradiant dichroic system is proposed and numerical analysis is conducted based on it. The dichroic system generates superradiant wave mixing which is a frequency mixing caused by collective coupling of the superradiance. The characteristics of superradiant wave mixing are investigated by changing collective decay rate and repumping rate. This study broadens the understanding of quantum correlation in a detuned system and proposes a new method of multiple frequency generation that does not depend on Kerr nonlinearity.

**Keywords** : Superradiance, Collective spontaneous emission, Synchronization, Unsynchronized system, Dichroic system, Wave mixing

**Student Number** : 2016-20933